

# EĐIK EĞİLME ETKİSİNDEKİ DİK DÖRTGEN KOLON KESİTLERİNİN BOYUTLANDIRILMASI

DESİGN OF RECTANGULAR CONCRETE COLUMN  
SECTIONS SUBJECTED TO BIAXIAL BENDING



**Prof. Dr. Günay Özmen**

## ÖZET

Bu çalışmada, eksenel kuvvet ile birlikte eğik eğilme etkisinde bulunan dikdörtgen betonarme kesitlerin taşıma gücü kuramına göre boyutlandırılması için geliştirilmiş olan bir ardışık yaklaşım yönteminin özellikleri açıklanmıştır. Yöntem genelleştirilmiş Newton–Raphson yönteminin bir uyarlaması olup her adımda üç bilinmeyenli lineer bir denklem takımının çözülmesini gerektirmektedir. Hızlı olarak yakınsayan ve kolayca programlanabilecek biçimde olan yöntem, küçük dışmerkezlilik özel halini de kapsayacak biçimde genelleştirilmiştir. Beton basınç gerilmelerinin yayılışı dikdörtgen biçiminde idealleştirilmiştir. Yöntemin sayısal uygulaması bir örnek üzerinde açıklanmıştır. Boyutlandırmanın kesit içindeki donatı yayılışına bağımlılığını gidermek için, simetrik donatılı dikdörtgen kesitlerin elastik hesabında kullanılan yaklaşık bir yoldan yararlanılmıştır. Basınç gerilmelerinin yayılışı ve donatı düzeni ile ilgili varsayımların sonuçlara etkisi irdelenmiş ve daha genel gerilme yayılışı durumlarında uygulanabilecek bir hesap yolu önerilmiştir. Belirli sayıda “Test Tipleri” seçilerek çeşitli yöntemler ile bulunan donatı oranları karşılaştırılmış ve sonuçlar irdelenmiştir.

**Anahtar Sözcükler:** Betonarme, Eğik eğilme, Taşıma gücü, Newton–Raphson yöntemi, Yaklaşık formüller, SAP 2000.

## ABSTRACT

In this study, the features of a method of successive approximations developed for ultimate stress design of rectangular reinforced concrete sections subjected to biaxial bending and axial force is described. The method is essentially an adaptation of the generalized Newton–Raphson method whereby a set of linear equations with three unknowns is solved at each step. The process, which is rapidly converging and easily programmable, is generalized to include the special case of small eccentricity. The compressive stress distribution is idealized in rectangular form. An approximate procedure used in the elastic design of symmetrically reinforced cross sections is adopted in order to eliminate the dependence of the design to the reinforcement layout within the cross section. The effects of the assumptions related with compressive stress distribution and reinforcement layout on the results are discussed. A procedure applicable for more general cases of stress distribution is recommended. A number of "Test Types" are selected and reinforcement ratios resulting from a variety of methods are compared and the results are discussed.

**Keywords:** Reinforced concrete, Biaxial bending, Ultimate stress, Newton–Raphson method, Approximate formulae, SAP 2000.

## İÇİNDEKİLER

SahifeNo.

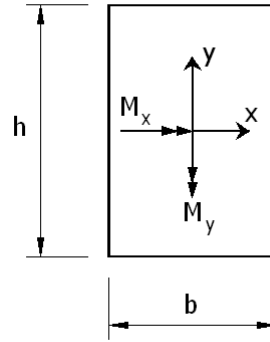
1. GİRİŞ .....	1
1.1. Abaklar ve Tablolar .....	1
1.2 Yaklaşık Formüller .....	2
1.3 Amaç ve Kapsam .....	3
2. TANIMLAR VE VARSAYIMLAR .....	4
3. DENGE DENKLEMLERİ .....	5
3.1. Büyük Dışmerkezlik .....	5
3.2. Donatı Katkısı .....	7
3.3. Küçük Dışmerkezlik .....	9
4. BOYUTLANDIRMA .....	10
4.1. Hesapta İzlenen Yol .....	13
5. SAYISAL UYGULAMA .....	14
6. KARŞILAŞTIRMA VE İRDELEMELER .....	18
6.1. Test Tipleri .....	18
6.2. Ardışık Yaklaşım Yöntemi .....	21
6.3. Çakıroğlu-Özer Formülleri .....	22
6.4. SAP 2000-ACI Uygulaması .....	24
7. SONUÇLAR .....	26
8. SEMBOLLER .....	27
9. KAYNAKLAR .....	28

# 1. GİRİŞ

2007 yılında yürürlüğe giren “Deprem Bölgelerinde Yapılacak Binalar Hakkında Yönetmelik” ortogonal deprem doğrultularının karşılıklı etkilerinin göz önüne alınmasını öngörmektedir, [1]. Buna göre deprem bölgelerinde yapılacak yapılardaki tüm kolonların eğik eğilme etkisi altında boyutlandırılmaları gerekir. İki doğrultuda eğilme ve eksenel kuvvet etkisi altında bulunan kesitlerin (kolon kesitlerinin) boyutlandırılması yani gerekli donatı alanının bulunması betonarmedeki diğer kesit hesaplarına oranla oldukça karmaşıktır. Bu nedenle genel olarak ya abaklar veya tablolar ya da yaklaşık formüller kullanılmaktadır.

## 1.1 Abaklar ve Tablolar

Şekil 1.1’de gösterilen ve  $M_x$  ve  $M_y$  eğilme momentleri ile eksenel kuvvet etkisinde bulunan  $b \times h$  boyutlarındaki dikdörtgen kesitlerde donatı hesabı için çeşitli yayınlarda abak ve tablolar verilmiştir, [2], [3], [4], [5].

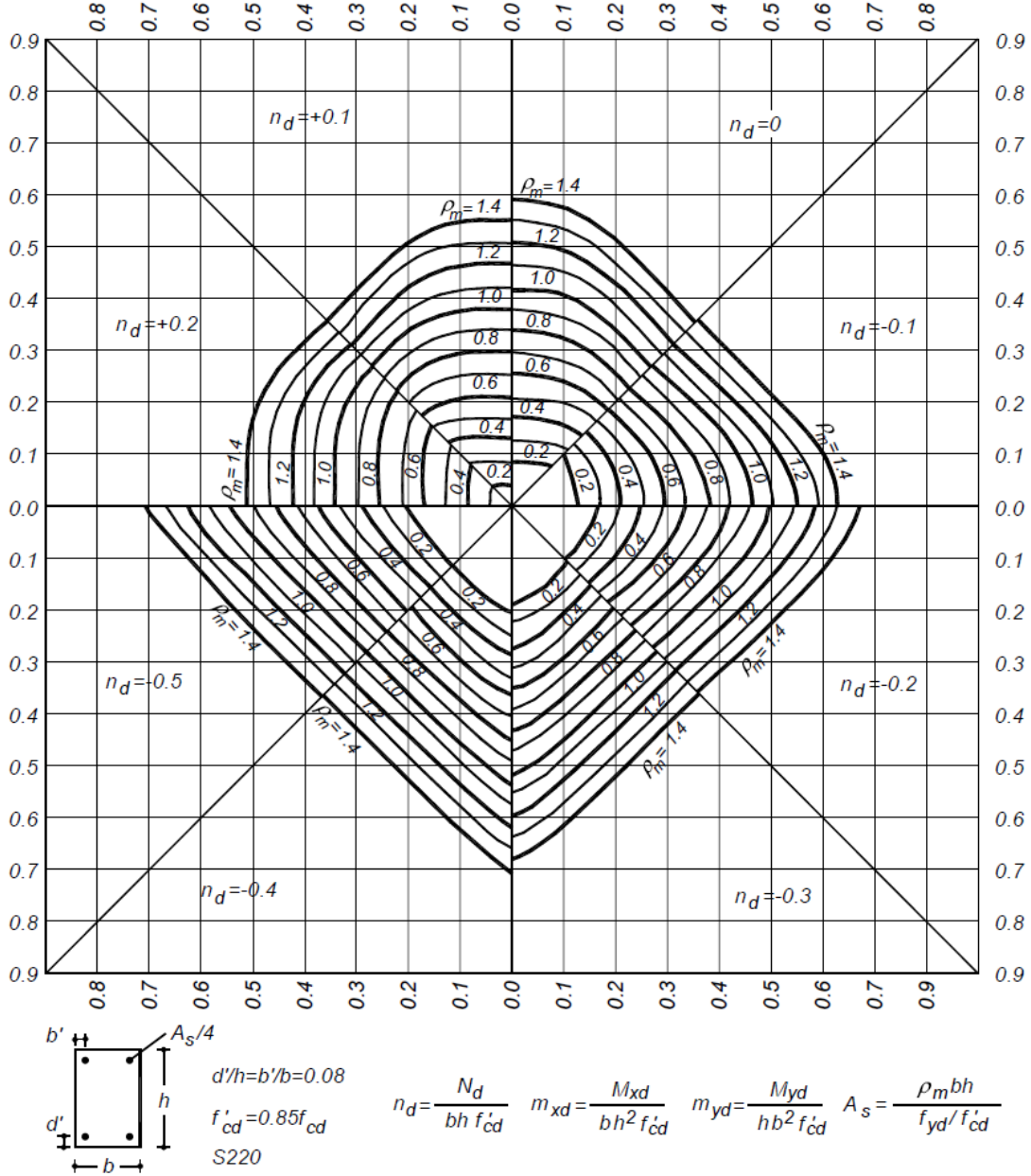


Şekil 1.1: Eğik eğilme etkisindeki dikdörtgen kolon

Örnek olarak Kaynak [5]’ten alınan bir abak Şekil 1.2’de gösterilmiş bulunmaktadır. Şekilde görüldüğü gibi,  $M_{xd}$  ( $M_x$ ) ve  $M_{yd}$  ( $M_y$ ) eğilme momentleri,  $N_d$  ( $N$ ) eksenel kuvveti,  $b$ ,  $h$  kesit boyutları ve  $f_{cd}$  beton basınç dayanımı kullanılarak  $n_d$ ,  $m_{xd}$  ve  $m_{yd}$  boyutsuz parametreleri hesaplanmaktadır. Daha sonra abaktaki ilgili bölge seçilerek bu parametreler yardımı ile  $\rho_m$  mekanik donatı oranı bulunmakta ve buna bağlı olarak  $A_s$  donatı alanının değeri hesaplanmaktadır.

Şekilde görüldüğü gibi, abak,  $n_d$  değerlerine bağlı olarak, 8 parçaya ayrılmış bulunmaktadır. Uygulamada,  $x$  ve  $y$  eksenleri üzerinde  $m_{xd}$  ve  $m_{yd}$  değerleri işaretlenecek ve ilgili  $n_d$  bölgesinden  $\rho_m$  değeri alınacaktır. Ancak  $n_d$  parametresinin abaktaki bölge değerleri ile çakışması beklenemez. Bu nedenle iki ayrı bölgeden  $\rho_m$  değerlerinin alınarak interpolasyon yapılması gerekir. Bunun da pratik bir uygulama olmadığı açıktır. Tasarımda abaklar yerine tabloların kullanılması halinde ise çoklu interpolasyon yapılması zorunlu olmaktadır, [5].

Öte yandan, günümüzde yapı mühendisliği ile ilgili her türlü hesabın bilgisayar yazılımları ile yapılmakta olduğu bilinmektedir. Abak ve tabloların bilgisayar yazılımları içinde kullanım bakımından da pek uygun oldukları söylenemez.



Şekil 1.2: Eğik eğilme ve eksenel kuvvet etkisinde bulunan dikdörtgen kesitler için abak

## 1.2 Yaklaşık Formüller

Eğik eğilme etkisindeki betonarme kesitlerin tasarımı konusunda eskiden beri bilinen yaklaşık bir formül Bresler tarafından geliştirilmiş olandır, [6]. Buna göre kesitin  $N_{xy}$  eksenel yük taşıma gücü

$$\frac{1}{N_{xy}} = \frac{1}{N_x} + \frac{1}{N_y} - \frac{1}{N_0} \quad (1.1)$$

denklemleri ile hesaplanmaktadır. Burada

$N_x$  = Tek eksenli  $M_y$  eğilme momenti etkisi altında eksenel yük taşıma gücünü,

$N_y$  = Tek eksenli  $M_x$  eğilme momenti etkisi altında eksenel yük taşıma gücünü,

$N_0$  = Eğilme momentsiz eksenel yük taşıma gücünü,

göstermektedir. Deneysel çalışmalar sonucunda bu formülün yeterli sayılabilecek bir yaklaşımının olduğu belirtilmektedir, [3], [5]. Ancak formülün içeriğindeki  $N_x$ ,  $N_y$  ve  $N_0$  taşıma gücü değerlerini hesaplayabilmek için  $A_s$  donatı alanının belirli olması gerekir. Yani Bresler formülü donatı alanının hesabında doğrudan doğruya kullanılamaz. Bu konuda geliştirilmiş sistematik bir ardışık yaklaşım yöntemi de yoktur.

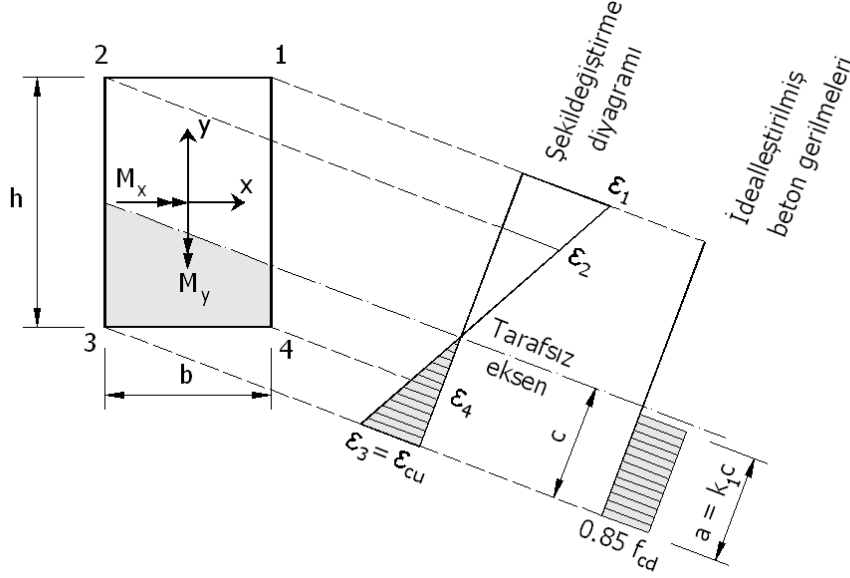
Eğik eğilme etkisindeki kolonların hem taşıma güçlerinin hem de donatı alanlarının hesabında kullanılmak üzere geliştirilmiş formüllerden en kullanışlı olanları Çakıroğlu–Özer formülleridir, [2]. Bu formüllerdeki hata oranının  $-9\% \sim +19\%$  arasında değiştiği ortalama relatif hatanın ise sadece  $2.3\%$  olduğu gösterilmiştir. Bu formüllerin yeterli sayılabilecek bir yaklaşımının olduğu deneysel olarak da kanıtlanmıştır, [3]. Çakıroğlu–Özer formüllerinin en önemli üstünlüğü, bunların donatı alanı tayininde doğrudan doğruya kullanılabilmesi ve bilgisayar yazılımı uygulamaları için de çok elverişli olmalarıdır. Yaklaşık formüllerin irdelenmesi aşağıda ayrıca ele alınacaktır.

### **1.3 Amaç ve Kapsam**

Bu çalışmanın amacı daha önce geliştirilmiş olan bir ardışık yaklaşım yöntemini kullanıp bir “Sayısal Deney” uygulayarak gerek yaklaşık yöntemler ile gerekse SAP 2000 yazılımı ile elde edilen donatı alanlarını irdelemektir. Bunun için önce söz konusu ardışık yaklaşım yönteminin özellikleri açıklanmıştır, [7]. Bu yöntem genelleştirilmiş Newton–Raphson yönteminin bir uyarlaması olup, belirli varsayımlar ile, donatı alanının elde edilebilmesini sağlamaktadır. Daha sonra belirli sayıda ve olabildiğince geniş kapsamlı uygulamaları temsil etmek üzere seçilen “Test Tipleri” ele alınmış ve çeşitli yöntemler ve uygulamalardan elde edilen donatı oranları karşılaştırılmış ve irdelenmiştir.

## 2. TANIMLAR VE VARSAYIMLAR

Eksenel kuvvet ile birlikte iki eksenli eğilme etkisi altında bulunan dikdörtgen bir kesit ile şematik şekil değiştirme ve gerilme diyagramları Şekil 2.1’de gösterilmiştir.



Şekil 2.1: Etkiler, şekil değiştirmeler ve gerilmeler

N elsenel kuvveti basınç olduğu zaman pozitif kabul edilmektedir.  $M_x$  ve  $M_y$  eğilme momentlerinin işaretleri şekilde gösterildiği gibi seçilirse maksimum beton birim kısalması  $\epsilon_{cu}$ , 3 No.lu köşede oluşur. Şekil 1 üzerinde şematik olarak gösterildiği gibi, şekil değiştirme ve gerilmeler ile ilgili aşağıdaki varsayımlar yapılmıştır:

1. Şekil değiştirmeler için Bernoulli–Navier hipotezi geçerlidir. Yani düzlem kesitler şekil değiştirmeden sonra da düzlem kalırlar. Bu durumda, herhangi bir  $i$  noktasının  $\epsilon_i$  birim uzaması tarafsız eksenin uzaklığı ile orantılı değer alır, Şekil 2.1.
2. Beton çekme gerilmeleri ihmal edilmektedir.
3. Beton ve çelik arasında tam aderans vardır. Yani herhangi bir noktada beton ve çelik birim uzamaları birbirine eşittir. Bu durumda belirli bir  $i$  noktasındaki çelik gerilmesi

$$\sigma_{si} = \epsilon_i E_s \quad (2.1)$$

olarak hesaplanmaktadır. Burada  $E_s$  çeliğin elastisite modülünü göstermektedir.

4. Donatı çeliğinin davranışı ideal elasto–plastiktir. Yani (2.1) ile hesaplanan çelik gerilmeleri, mutlak değerce,  $f_{yd}$  çelik akma dayanımından büyük olamazlar.
5. Basınç bölgesindeki beton gerilmelerinin yayılışı dikdörtgen biçiminde idealleştirilmiştir, Şekil 2.1. Bu idealleştirmede basınç bölgesinin 3 noktasına uzaklığı

$$a = k_1 c \quad (2.2)$$

olarak alınmaktadır. Burada  $c$  tarafsız eksenin 3 noktasına uzaklığını göstermektedir.  $k_1$  derinlik katsayısı da  $f_{ck}$  beton karakteristik dayanımına bağlı olarak

$$f_{ck} \leq 25 \text{ N/mm}^2 \text{ için } k_1 = 0.85, \quad (2.3a)$$

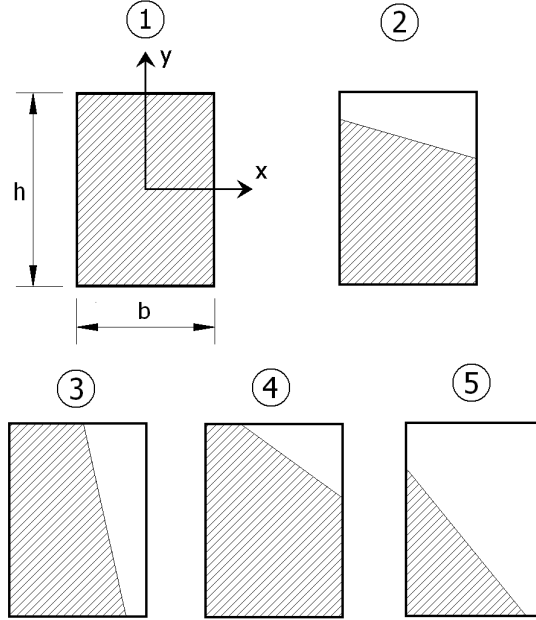
$$f_{ck} > 25 \text{ N/mm}^2 \text{ için } k_1 = 0.85 - 0.06 (f_{ck} - 25) \quad (2.3b)$$

değerlerini alır.

6. Betonun basınç dayanımı  $f_{cd}$  ile gösterildiğine göre, maksimum beton basınç gerilmesi  $0.85 f_{cd}$  olarak alınacaktır.

### 3. DENGİ DENKLEMLERİ

Tarafsız eksen N aksel kuvveti ile  $M_x$ ,  $M_y$  eğilme momentleri ve  $b$ ,  $h$  kesit boyutlarının oranlarına bağı olarak çeşitli konumlarda ve açılarda oluşabilir. Bu durumda idealleştirilmiş beton basınç bölgesi, Şekil 3.1’de taralı olarak gösterildiği gibi, 5 ayrı geometrik biçimde oluşabilir.

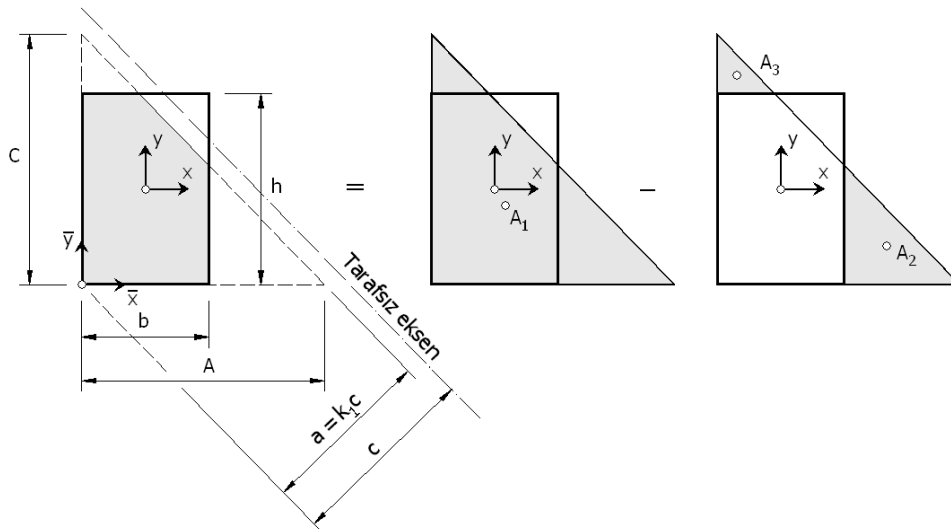


Şekil 3.1: Basınç bölgesi tipleri

Bunlardan şekilde Tip 1 olarak gösterilen durumda “Küçük dışmerkezlilik” söz konusudur ve tarafsız eksen kesitin dışında kalmaktadır. Kesitin tümünün basınç gerilmesi altında olduğu bu özel durum aşağıda ayrıca incelenecektir.

#### 3.1 Büyük Dışmerkezlilik

Tip 4, yani basınç bölgesinin beşgen biçiminde olması hali, diğer tüm durumları özel hal olarak içeren genel “Büyük dışmerkezlilik” durumu olarak göz önüne alınabilir. Bu durumda, idealleştirilmiş basınç bölgesinin, Şekil 3.2’de gösterildiği gibi, üç üçgenin superpozisyonundan oluştuğu düşünülebilir.



Şekil 3.2: Beşgen basınç bölgesinin parçaları



Şekilde gösterilen üçgen parçaların  $A_i$  alanları ile ağırlık merkezlerinin  $x_i, y_i$  koordinatları

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{AC}{2}, & x_1 &= \frac{A}{3} - \frac{b}{2}, & y_1 &= \frac{C}{3} - \frac{h}{2} \\ A_2 &= \frac{C}{2A}(A-b)^2, & x_2 &= \frac{A}{3} + \frac{b}{6}, & y_2 &= \frac{C}{3A}(A-b) - \frac{h}{2} \\ A_3 &= \frac{A}{2C}(C-h)^2, & x_3 &= \frac{A}{3C}(C-h) - \frac{b}{2}, & y_3 &= \frac{C}{3} + \frac{h}{6} \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

olarak ifade edilebilir. Burada  $A$  ve  $C$ , Şekil 3.2’de gösterildiği gibi, indirgenmiş tarafsız eksenin sol alt köşeden geçen  $\bar{x}$  ve  $\bar{y}$  eksenlerini kestiği noktaların bu köşeye uzaklıklarıdır. Basınç bölgesinin tipini ve boyutlarını belirleyen  $A$  ve  $C$  değerleri formülasyonda ana parametreler olarak kullanılmaktadır. Şekil 3.1’de gösterilen basınç bölgesi tiplerinden 2, 3 ve 5 No.lular için  $A_2$  ve  $A_3$  üçgenlerinden birini veya her ikisini göz önüne almamak yeterlidir.

$N, M_x$  ve  $M_y$  kesit zorlarının etkisinde bulunan dikdörtgen kesite ait izdüşüm ve iki yönde moment denge denklemleri toplu olarak Tablo 3.1’de gösterilmiştir.

Tablo 3.1: Büyük dışmerkezlilik durumunda denge denklemleri

Genel	Beton katkısı		Donatı katkısı	Sabit
	$A > b$ için	$C > h$ için		
$0.85f_{cd}A_1$	$-0.85f_{cd}A_2$	$-0.85f_{cd}A_3$	$+A_s \sum_{i=1}^n \alpha_i \sigma_{si}$	$= N$
$-0.85f_{cd}A_1x_1$	$+0.85f_{cd}A_2x_2$	$+0.85f_{cd}A_3x_3$	$-A_s \sum_{i=1}^n \alpha_i \sigma_{si}x_i$	$= M_y$
$-0.85f_{cd}A_1y_1$	$+0.85f_{cd}A_2y_2$	$+0.85f_{cd}A_3y_3$	$-A_s \sum_{i=1}^n \alpha_i \sigma_{si}y_i$	$= M_x$

Çeşitli basınç bölgesi tiplerinin kolayca göz önüne alınmasını sağlamak amacı ile, denge denklemleri tablo biçiminde düzenlenmiş bulunmaktadır. Tablonun her satırı bir denge denklemini göstermektedir. İlk kolondaki “Genel” başlıklı beton katkısı terimleri basınç bölgesinin biçiminden bağımsızdır. 2. ve 3. kolondaki terimler ise, tarafsız eksenin konumunu belirleyen  $A$  ve  $C$  büyüklüklerinin değerlerine bağlı olarak denge denklemlerine katılacaklardır.

### 3.2 Donatı Katkısı

Tablo 3.1'in 4. kolonunda gösterilmiş bulunan donatı katkısı terimlerinde,  $A_s$  toplam donatı alanını,  $n$  kesitteki donatı sayısını,  $x_i$  ve  $y_i$  de herhangi bir donatı çubuğuna ait koordinatları göstermektedir.  $\alpha_i$  katsayısı herhangi bir donatı çubuğu alanının toplam donatı alanına oranıdır. Tüm donatı çubuklarının alanları birbirine eşit ise

$$\alpha_i = \frac{1}{n} \quad (3.2)$$

olur. Farklı çapta çubuklar kullanılması durumunda da  $\alpha_i$  oranları kolayca tayin edilebilir. Birim uzamaların tarafsız eksenden uzaklıklar ile orantılı olmaları varsayımı göz önünde tutulursa, herhangi bir donatı çubuğuna ait  $\sigma_{si}$  gerilmesi

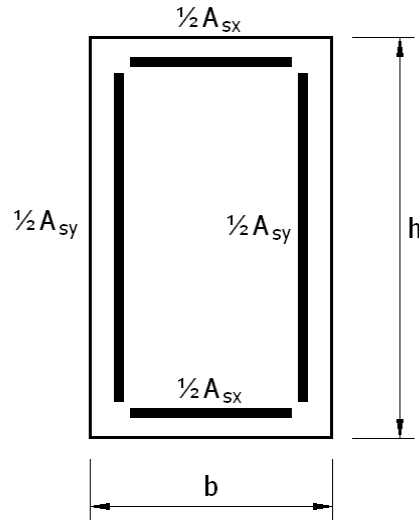
$$\sigma_{si} = E_s \varepsilon_{cu} \left[ 1 - k_1 \left( \frac{\bar{x}_i}{A} + \frac{\bar{y}_i}{C} \right) \right], \quad |\sigma_{si}| \leq f_{yd} \quad (3.3)$$

ile ifade edilebilir. Basınç gerilmelerinin pozitif olarak alındığı bu formülde  $\varepsilon_{cu}$  maksimum beton birim kısalması,  $\bar{x}_i$  ve  $\bar{y}_i$  de donatı çubuğunun sol alt köşeden geçen eksen takımına göre koordinatlarıdır.  $\varepsilon_{cu}$  değerinin aksenal basınç halinde 0.002, basit eğilme halinde 0.003, bileşik eğilme durumunda da ikisi arasında bir değer olarak alınabileceği belirtilmektedir, [2].

Kesit içindeki donatı yayılışının belirli olması halinde, denge denklemlerine donatının katkısı  $A$ ,  $C$  ve  $A_s$  büyüklüklerine bağlı olarak ifade edilmektedir. Aşağıda açıklanacak ardışık yaklaşım yönteminde bu üç büyüklük boyutlandırma probleminin ana değişkenleri olarak kullanılmaktadır.

Boyutlandırmada çoğu kez karşılaşıldığı gibi, donatı yayılışı önceden belirli değildir. Bu durumda sonuca ancak deneme-yanılma veya ardışık yaklaşım yöntemleri ile gitmek gerekir. Burada, simetrik donatılı kesitlerin elastik hesabı için geliştirilmiş yaklaşık bir yolun taşıma gücü kuramına nasıl uygulanacağı açıklanacaktır, [8]. Bu yolla kesit içindeki donatı yayılışının önceden belli olmaması durumunda toplam donatı alanı yaklaşık olarak tayin edilebilmektedir.

Simetrik donatılı dikdörtgen kesitlerde donatı yayılışı Şekil 3.3'te gösterildiği gibi idealleştirilmektedir.



Şekil 3.3: İdealleştirilmiş donatı yayılışı

Bu idealleştirmede köşelerdeki donatının, eşit oranda, kenarlara paralel olan donatılara katıldığı kabul edilmiştir. Toplam donatı  $A_s$  ile, b ve h kenarlarına paralel donatılar da, sırası ile,  $A_{sx}$  ve  $A_{sy}$  ile gösterilirse

$$\begin{aligned} A_{sx} &= p_x A_s \\ A_{sy} &= (1 - p_x) A_s \end{aligned} \quad (3.4)$$

yazılabilir. Çeşitli örnekler üzerinde yapılan incelemeler,  $p_x$  oranının

$$\lambda = \frac{M_x b}{M_y h} \quad (3.5)$$

katsayısı ile orantılı olması halinde hem ekonomik hem de gerçekçi sonuçlar elde edilebildiğini göstermiştir.  $\lambda$  ile  $p_x$  arasındaki bağıntı, yaklaşık olarak,

$$\begin{aligned} \lambda \leq 1 \quad \text{için} \quad p_x &= \frac{\lambda^2}{2}, \\ \lambda > 1 \quad \text{için} \quad p_x &= 1 - \frac{1}{2\lambda^2} \end{aligned} \quad (3.6)$$

biçiminde ifade edilebilmektedir, [8]. Aşağıda açıklanacağı gibi, tüm donatının köşelerde toplanması hali dışında, çubuk sayısındaki değişimin sonuçları önemli oranda etkilemediği görülmüştür. Güvenli yönde bir varsayım olarak, her sırada 5 çubuk olduğu kabul edilirse denge denklemlerinin yazılmasında kullanılacak olan  $\alpha_i$  katsayıları, b ve h kenarlarına paralel sıralardaki çubuklar için, sırası ile,

$$\begin{aligned} \alpha_x &= 0.1 p_x \\ \alpha_y &= 0.1 - \alpha_x \end{aligned} \quad (3.7)$$

olarak elde edilir.

Çeşitli örnekler üzerinde yapılan incelemelerden, yukarıdaki varsayımların hesaplara etkisi bakımından aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

- Donatı seçiminde  $p_x$  değerinin göz önünde bulundurulması ve 8 veya daha çok sayıda çubuk kullanılması halinde hatalar %3'ün altında kalmaktadır. 6 demir kullanılması halinde ise hatalar güvenli yönde ve en çok %6 mertebesindedir. Özellikle donatı çapı ve adedi seçiminde yapılan yuvarlatmalar göz önünde tutulursa, bu mertebedeki hataların mühendislik uygulamaları bakımından yeterli bir yaklaşımı ifade ettiği söylenebilir.
- Kuramsal olarak kesin sonucun bulunması istenirse, bu bölümde verilen formüller kullanılarak elde edilen sonuca göre donatı seçildikten sonra hesaplar donatı yayılışı belirli olan kesit için yinelenebilir. Bu yaklaşım, gelişigüzel bir deneme-yanılma yolu kullanılmasına oranla hem daha hızlı hem de daha ekonomiktir.
- Tüm donatının köşelerde toplanması halinde, yine güvenli yönde fakat bazı durumlarda %15'e yaklaşan oranda hatalı sonuçlar elde edilmektedir. Donatının köşelerde toplanacağı önceden belirlenmişse,  $p_x$  katsayısının kullanılmasına gerek yoktur. Bu özel durumda  $n = 4$  ve  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0.25$  olur.

### 3.3 Küçük Dışmerkezlilik

$$A > b \quad \& \quad C > h \quad \& \quad \frac{b}{A} + \frac{h}{C} < 1 \quad (3.8)$$

koşullarının birlikte sağlanması durumunda tarafsız eksen kesitin dışında kalmaktadır. Kesitin tümünün basınç gerilmesi altında olduğu ve “Küçük dışmerkezlilik” olarak tanımlanan bu durum için basitleşen denge denklemleri Tablo 3.2’de gösterilmiştir.

Tablo 3.2: Küçük dışmerkezlilik durumunda denge denklemleri

Beton katkısı	Donatı katkısı	Sabit
$0.85f_{cd}bh$	$+ A_s \sum_{i=1}^n \alpha_i \sigma_{si}$	$= N$
0	$- A_s \sum_{i=1}^n \alpha_i \sigma_{si} x_i$	$= M_y$
0	$- A_s \sum_{i=1}^n \alpha_i \sigma_{si} y_i$	$= M_x$

Görüldüğü gibi, bu durum için donatı katkısı terimleri büyük dışmerkezlilik durumunun aynıdır.

#### 4. BOYUTLANDIRMA

Eğik eğilme ve eksenel kuvvet etkisinde bulunan dikdörtgen bir kesitin boyutlandırılması iki biçimde tanımlanabilir:

- Boyutları belirli olan bir kesitin toplam donatı alanının tayini,
- Belirli bir donatı oranı için kesit boyutlarının saptanması.

Burada, uygulamada daha çok karşılaşılan birinci durum, yani donatı tayini problemi ele alınacaktır. Boyutları, donatı düzeni, malzeme özellikleri ve kesit zorları belirli olan bir kesite ait  $A_s$  toplam donatı alanının hesabı için, Tablo 3.1 (veya 3.2)'de gösterilen denge denklemlerini sağlayan  $A$ ,  $C$  ve  $A_s$  değerlerinin belirlenmesi gerekir. Denge denklemlerinin kapalı ifadeleri

$$\left. \begin{aligned} N_k(A, C, A_s) - N &= 0 \\ M_{ky}(A, C, A_s) - M_y &= 0 \\ M_{kx}(A, C, A_s) - M_x &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

veya

$$[M_k] - [M] = 0 \quad (4.2)$$

biçiminde de gösterilebilir. Tablo 3.1 ve 3.2'deki terimler ile (3.1) ve (3.2) formüllerinin incelenmesinden görüleceği gibi bu denklemler lineer değildir. Burada bu denklem takımının çözümü için genelleştirilmiş Newton–Raphson yöntemi kullanılacaktır, [9]. Buna göre, bilinmeyenler bir ardışık yaklaşım yöntemi ile hesaplanmaktadır. Bu yöntemde

$$[X]_i = \begin{bmatrix} A \\ C \\ A_s \end{bmatrix}_i \quad \text{ve} \quad [X]_{i+1} = \begin{bmatrix} A \\ C \\ A_s \end{bmatrix}_{i+1} \quad (4.3)$$

bilinmeyenlerin, sırası ile,  $i$ . ve  $(i+1)$ . adımdaki değerlerini göstermek üzere

$$[X]_{i+1} = [X]_i - [T]^{-1}([M_k] - [M])_i \quad (4.4)$$

yazılmakta, yani  $(i+1)$ . adımdaki  $[X]_{i+1}$  değerleri bir önceki adımda elde edilmiş olan değerlere bağlı olarak hesaplanmaktadır. Burada

$$[T] = \left. \begin{bmatrix} \frac{\partial N_k}{\partial A} & \frac{\partial N_k}{\partial C} & \frac{\partial N_k}{\partial A_s} \\ \frac{\partial M_{ky}}{\partial A} & \frac{\partial M_{ky}}{\partial C} & \frac{\partial M_{ky}}{\partial A_s} \\ \frac{\partial M_{kx}}{\partial A} & \frac{\partial M_{kx}}{\partial C} & \frac{\partial M_{kx}}{\partial A_s} \end{bmatrix} \right\} \quad (4.5)$$

olarak tanımlanmıştır.  $([M_k] - [M])_i$  denge denklemlerinde  $i$ . adımdaki  $[X]_i$  değerleri kullanılarak elde edilen kolon matrisi göstermektedir. Büyük dış merkezlik durumunda,  $[T]$  matrisine ait elemanların, (3.1) denklemleri ile Tablo 3.1'deki ifadeler göz önünde tutularak elde edilen beton katkısı değerleri Tablo 4.1'de gösterilmiştir.

Tablo 4.1: Büyük dışmerkezlik durumunda [T] matrisinin beton katkısı terimleri

Terim	Katsayı : $0.85 f_{cd}$		
	Genel	A > b için	C > h için
$\frac{\partial N_k}{\partial A}$	$\frac{C}{2}$	$-\frac{C(A^2 - b^2)}{2A^2}$	$-\frac{(C-h)^2}{2C}$
$\frac{\partial M_{kx}}{\partial A}$	$C\left(\frac{b}{4} - \frac{A}{3}\right)$	$\frac{C}{12}\left[4A - b\left(3 + \frac{b^2}{A^2}\right)\right]$	$\frac{(C-h)^2}{2C}\left[\frac{2A(C-h)}{3C} - \frac{b}{2}\right]$
$\frac{\partial M_{ky}}{\partial A}$	$C\left(\frac{h}{4} - \frac{C}{6}\right)$	$\frac{C(A-b)}{2A^2}\left[\frac{C(A-b)(A+2b)}{3A} - \frac{(A+b)h}{2}\right]$	$\frac{(C-h)^2}{2C}\left(\frac{C}{3} + \frac{h}{6}\right)$
$\frac{\partial N_k}{\partial C}$	$\frac{A}{2}$	$-\frac{(A-b)^2}{2A}$	$-\frac{A(C^2 - h^2)}{2C^2}$
$\frac{\partial M_{kx}}{\partial C}$	$A\left(\frac{b}{4} - \frac{A}{6}\right)$	$\frac{(A-b)^2}{2A}\left(\frac{A}{3} + \frac{b}{6}\right)$	$\frac{A(C-h)}{2C^2}\left[\frac{A(C-h)(C+2h)}{3C} - \frac{(C+h)b}{2}\right]$
$\frac{\partial M_{ky}}{\partial C}$	$A\left(\frac{h}{4} - \frac{C}{3}\right)$	$\frac{(A-b)^2}{2A}\left[\frac{2C(A-b)}{3A} - \frac{h}{2}\right]$	$\frac{A}{12}\left[4C - h\left(3 + \frac{h^2}{C^2}\right)\right]$

Küçük dışmerkezlik durumunda [T] matrisindeki elemanlara beton katkısı yoktur. Büyük ve küçük dış merkezlik durumları için, [T] matrisine ait elemanların, (3.3) denklemi ile elde edilen donatı katkısı ile ilgili değerleri Tablo 4.2 ve 4.3'te gösterilmiştir.

Tablo 4.2: [T] matrisinin donatı katkısı terimleri (1)

Terim	Katsayı: $\epsilon_{cu} E_s k_i$
$\frac{\partial N_k}{\partial A}$	$\frac{A_{st}}{A^2} \sum \alpha_i \bar{x}_i$
$\frac{\partial M_{ky}}{\partial A}$	$-\frac{A_{st}}{A^2} \sum \alpha_i \bar{x}_i x_i$
$\frac{\partial M_{kx}}{\partial A}$	$-\frac{A_{st}}{A^2} \sum \alpha_i \bar{x}_i y_i$
$\frac{\partial N_k}{\partial C}$	$\frac{A_{st}}{C^2} \sum \alpha_i \bar{y}_i$
$\frac{\partial M_{ky}}{\partial C}$	$-\frac{A_{st}}{C^2} \sum \alpha_i \bar{y}_i x_i$
$\frac{\partial M_{kx}}{\partial C}$	$-\frac{A_{st}}{C^2} \sum \alpha_i \bar{y}_i y_i$

Tablo 4.3: [T] matrisinin donatı katkısı terimleri (2)

Terim	Katsayı: 1
$\frac{\partial N_k}{\partial A_s}$	$\sum \alpha_i \sigma_{si}$
$\frac{\partial M_{ky}}{\partial A_s}$	$-\sum \alpha_i \sigma_{si} x_i$
$\frac{\partial M_{kx}}{\partial A_s}$	$-\sum \alpha_i \sigma_{si} y_i$

Tablo 4.1, 4.2 ve 4.3'teki terimlerin hesabında da A, C ve  $A_s$  değişkenlerinin i. adımda bulunan değerleri kullanılacaktır. Hesabın her adımında, donatı çubuklarına ait gerilmeler kontrol edilmeli ve herhangi bir çubukta  $|\sigma_s| = f_{yd}$  ise Tablo 4.2'deki terimler göz önüne alınmamalıdır. Çünkü bu durumda çubuğun gerilmesi A ve C değerlerinden bağımsız olmaktadır.

Newton–Raphson yöntemi uygulanırken, her adımda invers almak yerine

$$[T] [\Delta X] = [M_k] - [M] \quad (4.6)$$

denklemini çözülerek (4.4) denklemini yerine

$$[X]_{n+1} = [X]_n - [\Delta X] \quad (4.7)$$

formülü kullanılabilir. Burada

$$[\Delta X] = \begin{bmatrix} \Delta A \\ \Delta C \\ \Delta A_s \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

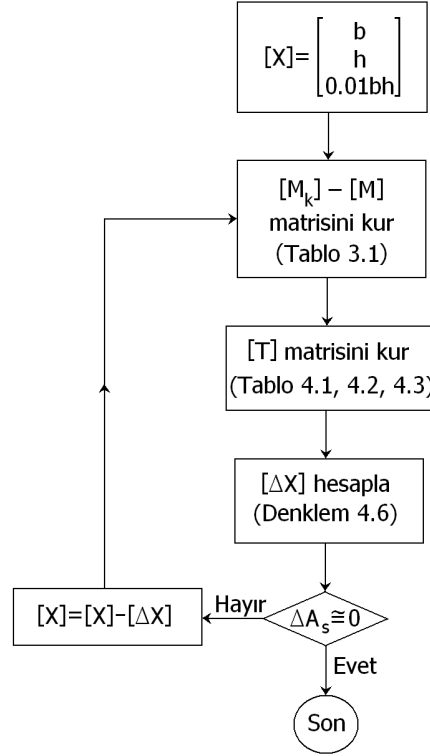
olarak tanımlanan fark matrisini göstermektedir. Çeşitli örneklerde yapılan sayısal uygulamalar, (4.6) ve (4.7) denklemlerinin birkaç kez uygulanması ile kesin sonucun elde edilebildiğini göstermiştir. Adım sayısının A, C ve  $A_s$  için seçilen başlangıç değerlerine de pek fazla bağımlı olmadığı gözlenmiştir. Bu nedenle başlangıç değerleri olarak, basit bir varsayım ile,

$$\begin{bmatrix} A \\ C \\ A_s \end{bmatrix}_0 = \begin{bmatrix} b \\ h \\ 0.01bh \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

alınması önerilebilir.

#### 4.1. Hesapta İzlenen Yol

Hesapta izlenen yol, Şekil 4.1'deki akış diyagramında gösterilmiştir.



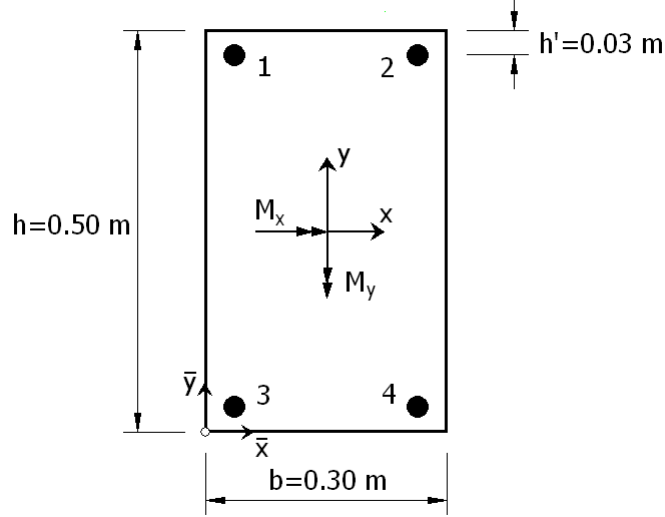
Şekil 4.1: Hesapta izlenen yol

Bu hesap düzeninin kolaylıkla programlanabileceği, bunun için de diyagrama giriş/çıkış bölümleri ile Tablo 3.1 ve 4.1'deki terimlere ait kontrol bölümlerinin eklenmesinin yeterli olduğu söylenebilir. Belirtmek gerekir ki, şekildeki akış diyagramı büyük dışmerkezlik için düzenlenmiş bulunmaktadır. Her adımda (3.8) koşullarının geçerli olup olmadıkları kontrol edilmeli ve küçük dışmerkezlik durumunda Tablo 3.1 yerine Tablo 3.2 kullanılmalı, Tablo 4.1 de hiç kullanılmamalıdır.



## 5. SAYISAL UYGULAMA

Boyutları  $b = 0.30$  m,  $h = 0.50$  m olan dikdörtgen bir kolon  $N = 2000$  kN eksenel yük ile  $M_x = 240$  kNm ve  $M_y = 30$  kNm eğilme momentlerinin etkisi altındadır.



Şekil 5.1: Sayısal uygulama

Şekilde görüldüğü gibi, donatının köşelerde toplandığı varsayılmaktadır. Malzeme özellikleri  $f_{cd} = 20$  MPa,  $f_{yd} = 365$  MPa,  $k_1 = 0.82$  olarak alınmıştır. Yukarıda açıklanan yöntem uygulanarak  $A_s$  toplam donatı miktarı hesaplanacaktır. Başlangıç değerleri

$$\begin{bmatrix} A \\ C \\ A_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \\ h \\ 0.01bh \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.30 \text{ m} \\ 0.50 \text{ m} \\ 15.00 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \end{bmatrix}$$

olarak seçilmiştir. İlk adımda  $[M_k]$ - $[M]$  kolon matrisini elde etmek için Tablo 3.1 yardımı ile düzenlenen hesaplar Tablo 5.1'de gösterilmiştir.

Tablo 5.1:  $[M_k]$ - $[M]$  kolon matrisinin elde edilmesi

No	$A_i$ (Alan) m <sup>2</sup>	$\bar{x}_i$ m	$\bar{y}_i$ m	$x_i$ m	$y_i$ m	$\sigma_i$ kN/m <sup>2</sup>	$N = A_i \sigma_i$ kN	$M_y = N x_i$ kNm	$M_x = N y_i$ kNm
Beton ( $A_1$ )	0.0750			-0.0500	-0.0833	17000	1275.0	63.8	106.3
1	$3.75 \times 10^{-4}$	0.030	0.470	-0.1200	0.2200	73600	27.6	3.3	-6.1
2	$3.75 \times 10^{-4}$	0.270	0.470	0.1200	0.2200	-254400	-95.4	11.4	21.0
3	$3.75 \times 10^{-4}$	0.030	0.030	-0.1200	-0.2200	365000	136.9	16.4	30.1
4	$3.75 \times 10^{-4}$	0.270	0.030	0.1200	-0.2200	106400	39.9	-4.8	8.8
$[M_k]$							1384.0	90.1	160.1
$[M]$							2000.0	30.0	240.0
$[M_k]$ - $[M]$							-616.0	60.1	-79.9

Tablonun ilk kolonunda  $A_i$  olarak gösterilen beton katkı No.su ile Şekil 4.1 üzerinde gösterilmiş olan donatı No.ları yer almaktadır. Bu özel durumda basınç bölgesi üçgen biçiminde olduğundan Tablo 3.1'de gösterilen  $A > b$  ve  $C > h$  durumlarına ait terimler kullanılmamaktadır. Tabloda  $\bar{x}_i$ ,  $\bar{y}_i$  ve  $x_i$ ,  $y_i$  başlıkları altında gösterilen değerler, sırası ile, Şekil 4.1'deki  $\bar{x}_i$ ,  $\bar{y}_i$  ve  $x_i$ ,  $y_i$  eksen takımlarına ait

koordinatlarıdır.  $\sigma_i$  başlığı altında gerilmeler gösterilmiştir. Beton gerilmesi  $0.85 \times 20000 = 17000 \text{ kN/m}^2$  dir. Donatı gerilmeleri seçilen A ve C değerlerine bağlı olarak (3.3) formülü ile hesaplanmıştır. Bu hesaplarda  $E = 2 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$  ve  $\epsilon_{cu} = 0.0025$  olarak alınmıştır. Tablonun son 3 kolonunda beton ve demir ögelerin, sırası ile, düşey izdüşüm, x eksenini etrafında moment ve y eksenini etrafında moment denge denklemlerine katkıları gösterilmiştir. Tablonun  $[M_k]$  başlığı ile gösterilen satırında üstteki satırların toplamları yer almaktadır.  $[M]$  başlıklı satıra da verilen dış etkiler yazılmıştır.  $[M_k]$ - $[M]$  kolon matrisinin elemanları en alt satırda, üstteki iki satırın farkı olarak elde edilmektedir.

$[T]$  matrisine beton katkısı Tablo 4.1 yardımı ile

$$[T]_{\text{beton}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_k}{\partial A} & \frac{\partial N_k}{\partial C} & \frac{\partial N_k}{\partial A_s} \\ \frac{\partial M_{ky}}{\partial A} & \frac{\partial M_{ky}}{\partial C} & \frac{\partial M_{ky}}{\partial A_s} \\ \frac{\partial M_{kx}}{\partial A} & \frac{\partial M_{kx}}{\partial C} & \frac{\partial M_{kx}}{\partial A_s} \end{bmatrix} = 0.85f_{cd} \begin{bmatrix} \frac{C}{2} & \frac{A}{2} & 0 \\ C\left(\frac{b}{4} - \frac{A}{3}\right) & A\left(\frac{b}{4} - \frac{A}{6}\right) & 0 \\ C\left(\frac{h}{4} - \frac{C}{6}\right) & A\left(\frac{h}{4} - \frac{C}{3}\right) & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4250.0 & 2550.0 & 0 \\ -212.5 & 127.5 & 0 \\ 354.2 & -212.5 & 0 \end{bmatrix}$$

biçiminde elde edilmektedir. Burada da  $A > b$  ve  $C > h$  durumlarına ait terimler kullanılmamıştır. Donatı katkısı için Tablo 4.2 ve 4.3 yardımı ile düzenlenen hesaplar Tablo 5.2’de gösterilmiştir.

Tablo 5.2  $[T]$  matrisine donatı katkısı

Donatı No	$\frac{\partial N_k}{\partial A}$	$\frac{\partial M_{ky}}{\partial A}$	$\frac{\partial M_{kx}}{\partial A}$	$\frac{\partial N_k}{\partial C}$	$\frac{\partial M_{ky}}{\partial C}$	$\frac{\partial M_{kx}}{\partial C}$	$\frac{\partial N_k}{\partial A_s}$	$\frac{\partial M_{ky}}{\partial A_s}$	$\frac{\partial M_{kx}}{\partial A_s}$
	$\bar{x}_i$	$\bar{x}_i x_i$	$\bar{x}_i y_i$	$\bar{y}_i$	$\bar{y}_i x_i$	$\bar{y}_i y_i$	$\sigma_i$	$\sigma_i x_i$	$\sigma_i y_i$
1	0.030	0.0036	-0.0066	0.470	0.0564	-0.1034	73600	8832	-16192
2	0.270	-0.0324	-0.0594	0.470	-0.0564	-0.1034	-254400	30528	55968
3	-	-	-	-	-	-	365000	43800	80300
4	0.270	-0.0324	0.0594	0.030	-0.0036	0.0066	106400	-12768	23408
Toplam	0.570	-0.061	-0.007	0.970	-0.004	-0.200	290600	70392	143484
Katsayı	1708.3			615.0			0.25		
Terim	973.8	-104.6	-11.3	596.6	-2.2	-123.1	72650	17598	35871

Tablonun kolonlarındaki değerler Tablo 5.1’deki  $\bar{x}_i$ ,  $\bar{y}_i$ ,  $x_i$ ,  $y_i$  ve  $\sigma_i$  değerleri kullanılarak elde edilmiştir. Görüldüğü gibi 3 No.lu donatı ile ilgili bazı değerler göz önüne alınmamış bulunmaktadır. Çünkü bu çubukta  $\sigma_i = f_{yd}$  olup A ve C değerlerinden bağımsızdır. Tablonun son satırındaki terimler yardımı ile

$$[T]_{\text{donatı}} = \begin{bmatrix} 973.8 & 596.6 & 72650.0 \\ -104.6 & -2.2 & 17598.0 \\ -11.3 & -123.1 & 35871.0 \end{bmatrix}$$

olarak elde edilir. Beton ve donatı katkıları toplanarak

$$[T] = \begin{bmatrix} 4250.0 & 2550.0 & 0 \\ -212.5 & 127.5 & 0 \\ 354.2 & -212.5 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 973.8 & 596.6 & 72650.0 \\ -104.6 & -2.2 & 17598.0 \\ -11.3 & -123.1 & 35871.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5223.8 & 3146.6 & 72650.0 \\ -317.1 & 125.3 & 17598.0 \\ 342.9 & -335.6 & 35871.0 \end{bmatrix}$$

bulunur. (4.6) denklemleri de

$$\begin{bmatrix} 5223.8 & 3146.6 & 72650.0 \\ -317.1 & 125.3 & 17598.0 \\ 342.9 & -335.6 & 35871.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta A \\ \Delta C \\ \Delta A_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -616.0 \\ 60.1 \\ -79.9 \end{bmatrix}$$

olarak elde edilir. Bu denklemler çözülrse

$$\begin{bmatrix} \Delta A \\ \Delta C \\ \Delta A_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.161 \\ 0.072 \\ -0.08 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$$

bulunur. A, C ve A<sub>s</sub> değışkenlerinin yeni değeri

$$\begin{bmatrix} A \\ C \\ A_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.30 \\ 0.50 \\ 15.00 \times 10^{-4} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0.161 \\ 0.072 \\ -0.08 \times 10^{-4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.461 \\ 0.428 \\ 15.08 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$$

olarak elde edilir. Bu yeni değeri kullanılarak yukarıdaki adımlar yinelenecektir. Ardışık adımlardaki hesap ayrıntıları Tablo 5.3'te özetlenmiştir.

Tablo 5.3: Ardışık yaklaşım hesap özetleri

Adım	[T]	[M <sub>k</sub> ]-[M]	A	C	A <sub>s</sub>
			m	m	cm <sup>2</sup>
0			0.300	0.500	15.00
1	$\begin{bmatrix} 5223.8 & 3146.6 & 72650.0 \\ -317.1 & 125.3 & 17598.0 \\ 342.9 & -335.6 & 35871.0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -616.0 \\ 60.1 \\ -79.9 \end{bmatrix}$	0.461	0.428	15.08
2	$\begin{bmatrix} 1949.3 & 4262.0 & 107094.5 \\ -121.2 & 79.8 & 10406.5 \\ 7.1 & -378.8 & 42037.4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -366.9 \\ 21.1 \\ -37.5 \end{bmatrix}$	0.672	0.402	21.30
3	$\begin{bmatrix} 955.5 & 5274.4 & 131773.0 \\ -63.6 & 52.0 & 6201.7 \\ -25.0 & -550.5 & 44674.4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -128.2 \\ 6.1 \\ -2.1 \end{bmatrix}$	0.781	0.403	22.56
4	$\begin{bmatrix} 721.6 & 5500.9 & 144768.2 \\ -48.5 & 43.9 & 4897.7 \\ -27.7 & -621.9 & 44352.3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -12.6 \\ 0.8 \\ -0.3 \end{bmatrix}$	0.798	0.403	22.68
5	$\begin{bmatrix} 691.5 & 5531.9 & 146202.3 \\ -46.5 & 42.8 & 4724.6 \\ -27.5 & -630.4 & 44371.6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.3 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$	0.799	0.403	22.68

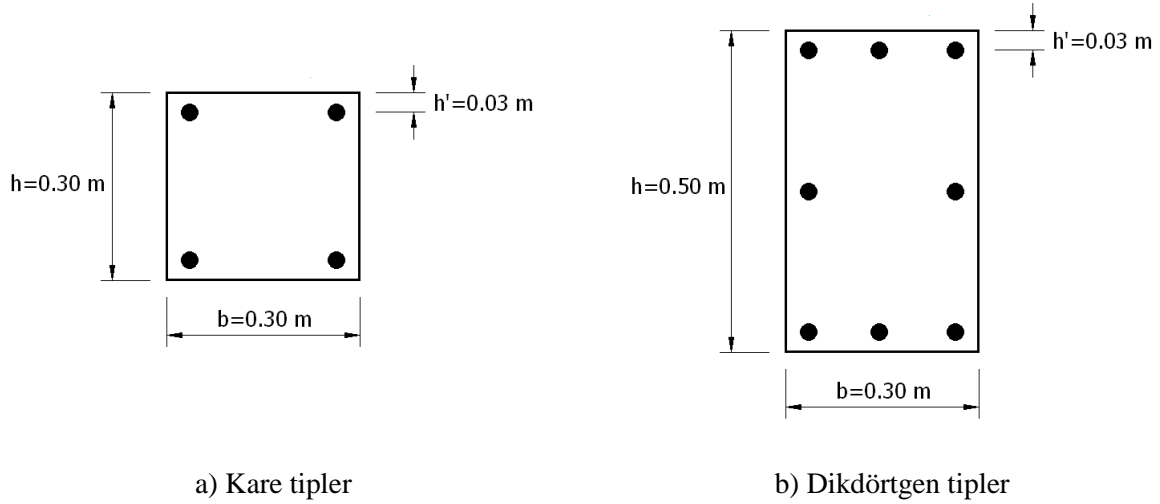
1. adımdan sonraki adımlarda  $A > b$  olduğu görülmektedir. Bu durumda  $[M_k]$  ve  $[T]$  matrisine ait terimlerin hesabında, sırası ile, Tablo 3.1 ve 4.1'deki  $A > b$  durumuna karşı gelen terimler de göz önüne alınmıştır. 5. adımda bulunan değerlerin 4. adımdakilere yeteri kadar yakın olduğu görülmektedir. Bu durumda ardışık yaklaşıma son verilmiştir. Aranan toplam donatı değeri  $A_s = 22.68 \text{ cm}^2$  olarak elde edilmiş bulunmaktadır.

## 6. KARŞILAŞTIRMA VE İRDELEMELER

Bu bölümde belirli sayıda “Test Tipleri” seçilerek çeşitli yöntemler ile bulunan donatı oranları karşılaştırılacak ve sonuçlar irdelenecektir.

### 6.1. Test Tipleri

Karşılaştırma ve irdellemeler için 2 grupta toplanan  $2 \times 15 = 30$  adet test kesiti seçilmiştir. Kare ve dikdörtgen kesit gruplarındaki kesitlerin boyutları ve donatı düzenleri Şekil 6.1’de gösterilmiştir.


















Şekil 6.1: Kare ve dikdörtgen test kesitlerinin boyutları

Tüm test kesitlerinde malzeme özellikleri  $f_{cd} = 20 \text{ MPa}$  ( $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ ),  $f_{yd} = 365 \text{ MPa}$  ( $f_{yk} = 420 \text{ MPa}$ ) olarak alınmıştır. Alt gruplarda  $\rho = \frac{A_s}{bh}$  donatı oranı, sırası ile, % 1.50, % 2.00 ve % 2.50 olarak seçilmiştir. Her alt grup içinde, farklı basınç bölgeleri oluşturmak üzere, farklı A ve C değerleri seçilerek 5 tip oluşturulmuş ve denge denklemleri yardımı ile, kesit zorları hesaplanmıştır. Bunun için Tablo 3.1’deki ifadeler kullanılmış bulunmaktadır. Test tiplerinin özellikleri ile hesaplanan kesit zorları Tablo 6.1 ve 6.2’de gösterilmiştir.

Tablo 6.1: Kare test tipleri

Tip	A (cm)	C (cm)	Basınç bölgesi	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$\rho = \frac{A_s}{bh}$ (%)	$N_k$ (kN)	$M_{kx}$ (kNm)	$M_{ky}$ (kNm)
1	100	80		13.50	1.50	1916.21	7.45	5.86
2	60	25				1138.74	79.71	26.58
3	24	60				1087.34	26.02	82.67
4	35	60				1574.95	27.96	44.22
5	24	28				590.30	59.22	71.58
6	100	80		18.00	2.00	2044.95	9.93	7.81
7	60	25				1199.57	89.45	30.12
8	24	60				1143.79	29.60	92.88
9	35	60				1665.83	31.32	50.74
10	24	28				596.67	68.17	82.11
11	100	80		22.50	2.50	2173.69	12.42	9.76
12	60	25				1260.39	99.20	33.67
13	24	60				1200.23	33.17	103.1
14	35	60				1756.70	34.67	57.26
15	24	28				603.04	77.12	92.65

Tablo 6.2: Dikdörtgen test tipleri

Tip	A (cm)	C (cm)	Basınç bölgesi	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$\rho = \frac{A_s}{bh}$ (%)	$N_k$ (kN)	$M_{kx}$ (kNm)	$M_{ky}$ (kNm)
1	75	130		22.50	1.50	3156.45	19.72	10.14
2	60	40				1823.77	222.93	39.28
3	24	60				1336.27	122.73	120.41
4	45	60				2384.86	136.48	62.23
5	24	30				456.21	183.94	74.86
6	75	130		30.00	2.00	3358.60	26.30	13.53
7	60	40				1921.69	249.07	43.87
8	24	60				1385.03	140.03	133.54
9	45	60				2521.06	153.29	68.63
10	24	30				404.28	214.65	85.53
11	75	130		37.50	2.50	3560.75	32.87	16.91
12	60	40				2019.61	275.21	48.46
13	24	60				1433.79	157.33	146.66
14	45	60				2657.27	170.09	75.03
15	24	30				352.35	245.36	96.20

## 6.2. Ardışık Yaklaşım Yöntemi

İlk olarak Bölüm 4’te açıklanan ardışık yaklaşım yöntemi uygulanmış ve tüm tiplere ait toplam donatı miktarları hesaplanmıştır. Sonuçlar Tablo 6.3’te görülmektedir.

Tablo 6.3: Ardışık yaklaşım sonuçları

Tip	Kare tipler		Dikdörtgen tipler	
	$A_s$ ( $cm^2$ )	Adım sayısı	$A_s$ ( $cm^2$ )	Adım sayısı
1	13.50	5	22.50	5
2		3		5
3		4		4
4		5		3
5		4		4
6	18.00	6	30.00	5
7		4		5
8		4		4
9		5		3
10		4		5
11	22.50	6	37.50	5
12		4		5
13		4		4
14		5		5
15		4		6
Max		6		6
Min		3		3
Ortalama		4.5		4.5

Görüldüğü gibi tüm tipler için ardışık yaklaşım sonucunda elde edilen  $A_s$  donatı alanları Tablo 6.1 ve 6.2’de gösterilen verilere karşı gelen değerlerdir. Her iki durumda aynı denklemler, yani Tablo 3.1 (veya 3.2)’deki ifadeler kullanılmış olduğu için bu sonuç doğaldır. Bölüm 4’teki yöntemin uygulanmasındaki asıl amaç ardışık yaklaşım hızının irdelenmesidir. Tablo 6.te ardışık yaklaşımdaki adım sayıları da gösterilmiştir. Bu sayıların 3 ~ 6 arasında değişmesi ve genel ortalamasının 4.5 olması, uygulanan yöntemin hızlı olarak yakınsak olduğunu göstermektedir.

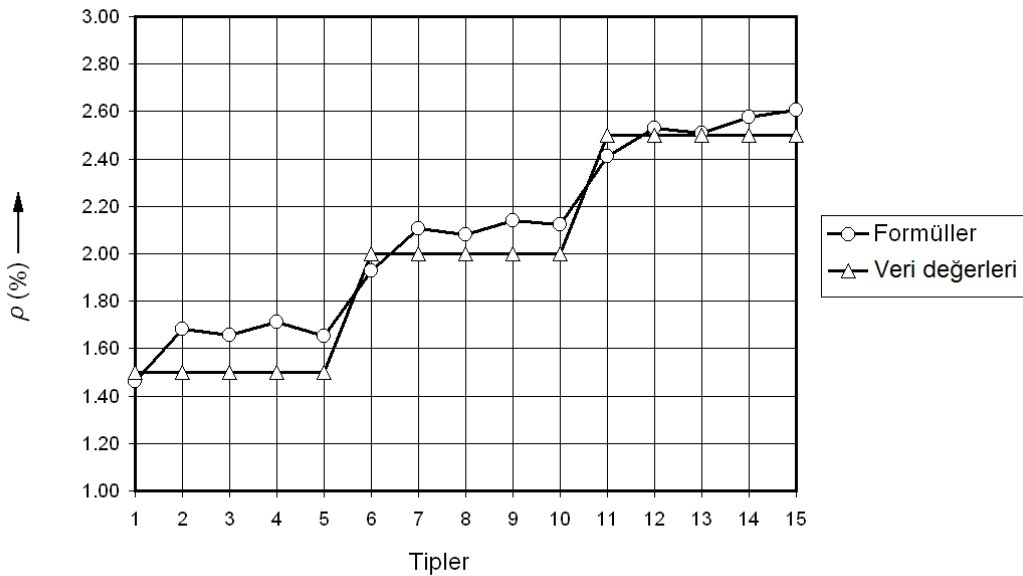


### 6.3. Çakıroğlu–Özer Formülleri

Yaklaşık formüller arasında en kullanışlı ve pratik olanlar Çakıroğlu–Özer tarafından geliştirilmiş olan formüllerdir, [2]. Tablo 6.1'deki kesit zorları kullanılarak tüm tiplerin donatı alanları bu formüllere göre hesaplanmıştır. Tablo 6.1'de gösterilen veri değerlerindeki  $\rho$  donatı oranları ile formüllerin uygulanmasından elde edilenler Tablo 6.4 ve 6.5'te, ayrıca grafik olarak da Şekil 6.2 ve 6.3'te gösterilmiştir.

Tablo 6.4: Kare kesitlerde  $\rho$  donatı oranları

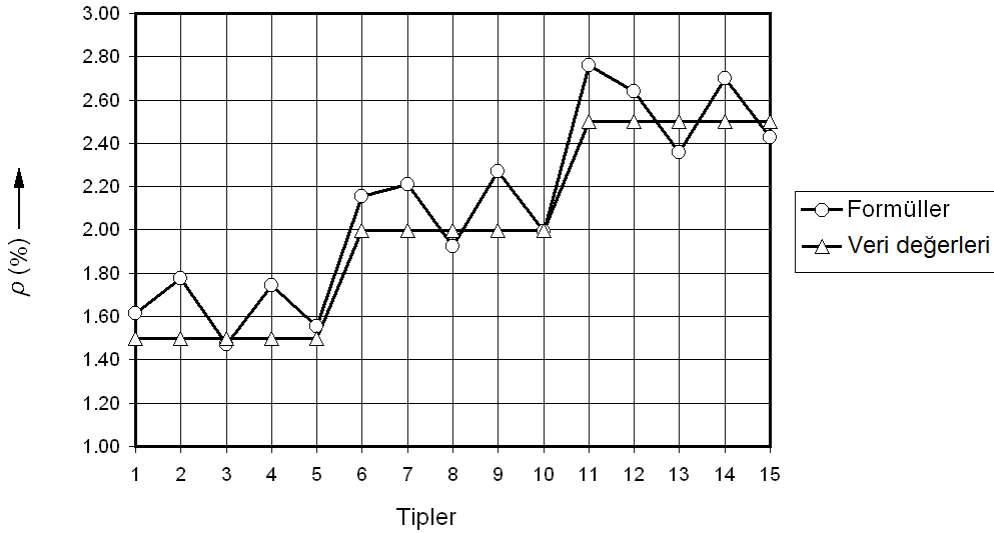
Tip	Veri değerleri (%)	Çakıroğlu–Özer Formülleri (%)	Fark (%)
1	1.500	1.460	-2.7
2	1.500	1.683	12.2
3	1.500	1.657	10.5
4	1.500	1.710	14.0
5	1.500	1.653	10.2
6	2.000	1.926	-3.7
7	2.000	2.105	5.3
8	2.000	2.081	4.1
9	2.000	2.140	7.0
10	2.000	2.125	6.3
11	2.500	2.409	-3.6
12	2.500	2.531	1.2
13	2.500	2.509	0.4
14	2.500	2.576	3.0
15	2.500	2.606	4.2
Max			14.0
Min			-3.7
Ortalama			$\pm 5.9$



Şekil 6.2: Kare kesitlerde  $\rho$  donatı oranları

Tablo 6.5: Dikdörtgen kesitlerde  $\rho$  donatı oranları

Tip	Veri değerleri (%)	Çakıroğlu-Özer Formülleri (%)	Fark (%)
1	1.500	1.613	7.5
2	1.500	1.775	18.3
3	1.500	1.471	-1.9
4	1.500	1.742	16.1
5	1.500	1.552	3.5
6	2.000	2.157	7.9
7	2.000	2.209	10.5
8	2.000	1.922	-3.9
9	2.000	2.268	13.4
10	2.000	1.993	-0.3
11	2.500	2.760	10.4
12	2.500	2.640	5.6
13	2.500	2.359	-5.6
14	2.500	2.699	8.0
15	2.500	2.426	-3.0
Max			18.3
Min			-5.6
Ortalama			$\pm 7.7$



Şekil 6.3: Dikdörtgen kesitlerde  $\rho$  donatı oranları

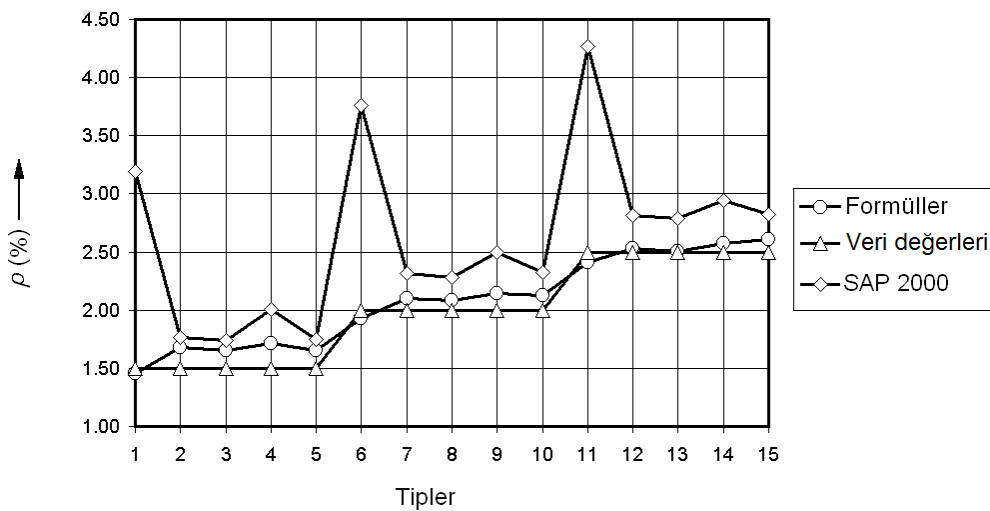
Tablo 6.4 ve 6.5 ile Şekil 6.2 ve 6.3'ün incelenmesinden görüldüğü gibi, iki ayrı yoldan elde edilen donatı oranlarının genellikle uyum içinde oldukları söylenebilir. Belirtmek gerekir ki, farkların önemli bir bölümü beton gerilme yayılımı varsayımlarından kaynaklanmaktadır. Yukarıda açıklandığı gibi, denge denklemlerinde dikdörtgen gerilme yayılımı kullanılmıştır. Çakıroğlu-Özer formüllerinin elde edilmesinde ise, dikdörtgen + parabol gerilme yayılımı esas alınmış bulunmaktadır, [2].

#### 6.4. SAP 2000-ACI Uygulaması

Test tiplerine ait donatı oranları, bir kez de, günümüzde yaygın olarak kullanılan SAP 2000 yazılımı yardımı ile hesaplanmıştır, [10]. Bu uygulamada düzeltilmiş ACI 318-99 yönetmeliği kullanılmıştır, [11]. Sonuç donatı oranları ve önceki bölümlerde elde edilenler ile karşılaştırmalar Tablo 6.6 ve 6.7’de, ayrıca grafik olarak da Şekil 6.4 ve 6.5’te gösterilmiştir.

Tablo 6.6: Kare kesitlerde  $\rho$  donatı oranları

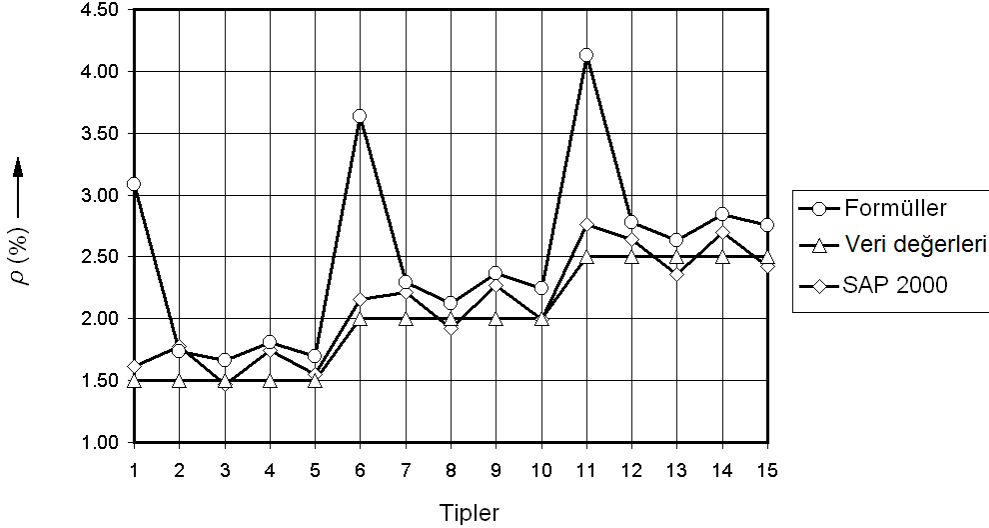
Tip	Veri değerleri (%)	SAP 2000 ACI (%)	Fark (%)	Çakıroğlu-Özer Formülleri (%)	SAP 2000 ACI (%)	Fark (%)
1	1.500	3.191	112.7	1.460	3.191	118.5
2	1.500	1.765	17.7	1.683	1.765	4.9
3	1.500	1.742	16.1	1.657	1.742	5.1
4	1.500	2.006	33.7	1.710	2.006	17.3
5	1.500	1.745	16.3	1.653	1.745	5.6
6	2.000	3.763	88.2	1.926	3.763	95.4
7	2.000	2.318	15.9	2.105	2.318	10.1
8	2.000	2.283	14.1	2.081	2.283	9.7
9	2.000	2.500	25.0	2.140	2.500	16.8
10	2.000	2.328	16.4	2.125	2.328	9.6
11	2.500	4.268	70.7	2.409	4.268	77.2
12	2.500	2.812	12.5	2.531	2.812	11.1
13	2.500	2.787	11.5	2.509	2.787	11.1
14	2.500	2.946	17.8	2.576	2.946	14.4
15	2.500	2.823	12.9	2.606	2.823	8.3
Max			112.7			118.5
Min			11.5			4.9
Ortalama			32.1			27.7



Şekil 6.4: Kare kesitlerde  $\rho$  donatı oranları

Tablo 6.7: Dikdörtgen kesitlerde  $\rho$  donatı oranları

Tip	Veri değerleri (%)	SAP 2000 ACI (%)	Fark (%)	Çakıroğlu-Özer Formülleri (%)	SAP 2000 ACI (%)	Fark (%)
1	1.500	3.083	105.5	1.613	3.083	91.1
2	1.500	1.787	19.1	1.775	1.787	0.7
3	1.500	1.660	10.7	1.471	1.660	12.8
4	1.500	1.807	20.5	1.742	1.807	3.7
5	1.500	1.698	13.2	1.552	1.698	9.4
6	2.000	3.637	81.9	2.157	3.637	68.6
7	2.000	2.292	14.6	2.209	2.292	3.8
8	2.000	2.124	6.2	1.922	2.124	10.5
9	2.000	2.364	18.2	2.268	2.364	4.3
10	2.000	2.247	12.3	1.993	2.247	12.7
11	2.500	4.128	65.1	2.760	4.128	49.6
12	2.500	2.780	11.2	2.640	2.780	5.3
13	2.500	2.629	5.2	2.359	2.629	11.4
14	2.500	2.847	13.9	2.699	2.847	5.5
15	2.500	2.755	10.2	2.426	2.755	13.5
Max			105.5			91.1
Min			5.2			0.7
Ortalama			27.2			20.2



Şekil 6.5: Dikdörtgen kesitlerde  $\rho$  donatı oranları

Tablo 6.6 ve 6.7 ile Şekil 6.4 ve 6.5'in incelenmesinden aşağıdaki sonuçlar elde edilmektedir:

- SAP 2000-ACI uygulamasından bulunan  $\rho$  donatı oranları diğer yöntemlere göre daha yüksek değerler almaktadır.
- Özellikle küçük dışmerkezlik durumlarında (Tip 1, 6 ve 11) aşırı oranda farklılıklar görülmektedir.
- Büyük dışmerkezlik durumlarında farklar ortalama +%12 mertebesinde. Büyük dışmerkezlik için SAP 2000-ACI uygulamasının güvenle kullanılabileceği anlaşılmaktadır.

## 7. SONUÇLAR

Bu çalışmada daha önce geliştirilmiş olan bir ardışık yaklaşım yönteminin özellikleri açıklanmış ve geliştirilmiştir. Ayrıca yaklaşık yöntemler ve SAP 2000 yazılımı ile elde edilen donatı alanları irdelenmiştir. Elde edilen sonuçlar aşağıdaki biçimde özetlenebilir:

1. Bölüm 4'te açıklanan ardışık yaklaşım yöntemi hızlı olarak yakınsaktır. Yapılan çok sayıda sayısal uygulamada kesin sonucun 4 – 5 adımda elde edildiği gözlenmiştir.
2. Açıklanan boyutlandırma yöntemi donatı yayılışının belirli olmaması halinde de uygulanabilmektedir. (3.6) formülleri ile hesaplanan  $p_x$  değerinin donatı yerleştirilirken de göz önünde tutulması, hem sonuçların hata oranını %3'ün altına indirir hem de oldukça ekonomik bir çözüm elde edilmesini sağlar.
3. Yöntem küçük dışmerkezlik durumunu da kapsayacak biçimde geliştirilmiştir.
4. Çubuk sayısının az tutulması daha ekonomik çözümlerin elde edilmesine yol açmaktadır. En ekonomik çözüm tüm donatının köşelerde toplanması halinde elde edilmektedir.
5. Beton basınç gerilmesi yayılışının dikdörtgenden farklı olması durumu bu çalışmanın kapsamı dışındadır. Ancak Bölüm 4'te açıklanan hesap yöntemi, bazı değişikliklerle, bu hale de uygulanabilecek duruma getirilebilir. Bunun için, basınç bölgesi dilimlere ayrılıp sayısal bir integrasyon yöntemi uygulanmalıdır, [12]. Bu durumda [T] matrisinde herhangi bir değişiklik yapmaya gerek yoktur. Çünkü bilindiği gibi, Newton–Raphson yönteminde türev (veya türev matrisi) yerine yaklaşık değer(ler) kullanılması sonucu etkilemez; sadece adım sayısını biraz arttırır.
6. Belirli sayıda “Test Tipleri” seçilerek denge denklemleri ve Çakıroğlu–Özer formülleri ile bulunan donatı oranları karşılaştırılmıştır. İki ayrı yoldan elde edilen donatı oranlarının belirli ölçüde uyum içinde oldukları saptanmıştır. Uygulamada gerek açıklanan ardışık yaklaşım yönteminin, gerekse Çakıroğlu–Özer formüllerinin başarı ile kullanılabilecekleri sonucuna varılmıştır.
7. Test tiplerine ait donatı oranları, bir kez de, SAP 2000 yazılımı yardımı ile hesaplanmış ve diğer yöntemlerden elde edilenler ile karşılaştırılmıştır. SAP 2000 ile hesaplanan donatı oranlarının genellikle daha yüksek olduğu, özellikle küçük dışmerkezlik durumunda aşırı değerler elde edildiği saptanmıştır.

## 8. SEMBOLLER

A:	Tarafsız eksenin sol alt köşeden geçen yatay ekseni kestiği noktanın apsisi,
a:	İdealleştirilmiş basınç bölgesinin sol alt köşeye uzaklığı,
$A_1, A_2, A_3$ :	Basınç bölgesi parçalarının alanları,
$A_s$ :	Toplam donatı alanı,
$A_{sx}$ :	b kenarına paralel donatı alanı,
$A_{sy}$ :	h kenarına paralel donatı alanı,
b:	Kolonun x doğrultusundaki boyutu,
C:	Tarafsız eksenin sol alt köşeden geçen dikey ekseni kestiği noktanın ordinatı,
c:	Tarafsız eksenin sol alt köşeye uzaklığı,
$E_s$ :	Çelik elastisite modülü,
$f_{cd}$ :	Beton tasarım basınç dayanımı,
$f_{ck}$ :	Beton karakteristik dayanımı,
$f_{yd}$ :	Çelik tasarım akma dayanımı,
$f_{yk}$ :	Çelik karakteristik akma dayanımı,
G:	Brüt kesitin ağırlık merkezi,
$G_1, G_2, G_3$ :	Basınç bölgesi parçalarının ağırlık merkezleri,
h:	Kolonun y doğrultusundaki boyutu,
$k_1$ :	Basınç bloku derinlik katsayısı,
$M_{kx}$ :	Gerilmelerin x ekseni etrafındaki momenti,
$M_{ky}$ :	Gerilmelerin y ekseni etrafındaki momenti,
$M_x (M_{xd})$ :	x ekseni etrafındaki eğilme momenti,
$M_y (M_{yd})$ :	y ekseni etrafındaki eğilme momenti,
[M]:	Dış yükler kolon matrisi
[ $M_k$ ]:	Gerilme bileşkeleri kolon matrisi,
N ( $N_d$ ):	Eksenel yük,
$N_0$ :	Eğilme momentsiz eksenel yük taşıma gücü,
$N_k$ :	Gerilmelerin toplam dikey izdüşümü,
$N_x$ :	Tek eksenli $M_y$ eğilme momenti etkisi altında eksenel yük taşıma gücü,
$N_y$ :	Tek eksenli $M_x$ eğilme momenti etkisi altında eksenel yük taşıma gücü,
$N_{xy}$ :	İki eksenli eğilme momenti etkisi altında eksenel yük taşıma gücü,
$p_x$ :	Donatı oranı,
[T]:	Kısmi türevler matrisi,
$x_1, x_2, x_3$ :	Basınç bölgesi parçalarının ağırlık merkezlerinin apsisi,
$x_i, y_i$ :	Donatı çubuklarının ağırlık merkezine göre koordinatları,
$\bar{x}_i, \bar{y}_i$ :	Donatı çubuklarının sol alt köşeden geçen eksen takımına göre koordinatları,
[X]:	Bilinmeyenler kolon matrisi,
$y_1, y_2, y_3$ :	Basınç bölgesi parçalarının ağırlık merkezlerinin ordinatları,
$\alpha_i$ :	Donatı çubuğu alan oranı,
$\alpha_x$ :	x yönünde donatı alan oranı,
$\alpha_y$ :	y yönünde donatı alan oranı,
[ $\Delta X$ ]:	Bilinmeyenler fark matrisi,
$\epsilon_{cu}$ :	Maksimum beton birim kısalması,
$\epsilon_i$ :	Birim uzama (kısalma),
$\lambda$ :	Donatı oranı katsayısı,
$\sigma_{si}$ :	Çelik gerilmesi,
$\rho$ :	Donatı oranı,
$\rho_m$ :	Mekanik donatı oranı,

## 9. KAYNAKLAR

- [1] Deprem Bölgelerinde Yapılacak Binalar Hakkında Yönetmelik, Bayındırlık ve İskan Bakanlığı, Ankara, Mart 2007.
- [2] Çakıroğlu, A. & Özer, E., Eğik Eğilme ve Eksenel Kuvvet Etkisindeki Dikdörtgen Betonarme Kesitlerde Taşıma Gücü Formülleri, Yesa Yayınları-1, İstanbul, 1983.
- [3] Ersoy, U., Betonarme – Cilt I, Evrim Basım-Yayım-Dağıtım, Ankara, 1987.
- [4] Aka, İ., Keskinel, F., Çılı, F., Çelik, O. C., Betonarme, Birsen Yayınevi, İstanbul, 2001.
- [5] Celep, Z., Betonarme Yapılar, Beta Basım Yayım, İstanbul, 2011.
- [6] Bresler, B., Design Criteria for Reinforced Columns under Axial Load and Biaxial Bending, Journal of the ACI, Vol. 57, November 1960.
- [7] Özmen, G., Eğik Eğilme ve Normal Kuvvet Etkisindeki Betonarme Kesitlerin Taşıma Gücü Kuramına Göre Hesabı, İ.T.Ü. Dergisi, Cilt 38, No. 1-6, 1980.
- [8] Özmen, G., Eğik Eğilme ve Normal Kuvvet Etkisindeki Dikdörtgen Kolon Kesitlerinin Elastik Hesabı, İ.T.Ü. Dergisi, Cilt 36, No. 2, 1978.
- [9] Ostrowski, A.M., Solution of Equations and Systems of Equations, Academic Press, 1960.
- [10] SAP2000, Structural Analysis Program, CSI, Berkeley, ABD.
- [11] Özmen, G., Orakdöğen E., Darılmaz, K., Örneklerle SAP 2000 – V12; Birsen Yayınevi, İstanbul 2009.
- [12] Çakıroğlu, A. & Özer, E., Malzeme ve Geometri Değişimi Bakımından Lineer Olmayan Sistemler, Cilt I, İ.T.Ü. Yayını, İstanbul 1980.